

Секция 1

РАСЧЕТНЫЕ МОДЕЛИ ГРУНТОВ И ПРОБЛЕМЫ РАСЧЕТА ФУНДАМЕНТОВ НА ГРУНТОВОМ ОСНОВАНИИ

УДК 624.154.1

DOI: 10.17213/mgvgif/2026-5-11-26

РАСЧЕТ БОЛЬШЕРАЗМЕРНЫХ СВАЙНЫХ ФУНДАМЕНТОВ НА ДЛИТЕЛЬНЫЕ СТАТИЧЕСКИЕ НАГРУЗКИ

Л. В. Нуждин^{1,2}, В. С. Михайлов²

¹Новосибирский государственный архитектурно-строительный университет,
г. Новосибирск, Россия

²ООО «Научно-проектное экспертно-консультационное предприятие «ОиФ»,
г. Новосибирск, Россия

Аннотация. Рассмотрена необходимость комплексного расчета свайных фундаментов, учитывающего историю нагружения, первым этапом которой является работа на длительные статические нагрузки. Это важно для достоверной оценки фундаментов, испытывающих воздействия промышленной и техногенной динамики, нагружения от взрывов, сейсмических воздействий и т.п., когда основными расчетами считаются специальные на динамические нагрузки. Анализируются подходы к расчету большемерных свайных фундаментов, включающих более 25 свай. На основании сравнения различных пространственных и контактных моделей свайного основания с гибким и жестким ростверком рекомендована двухпараметрическая контактная модель Пастернака-Медникова-Шапкина. Рассмотрены вертикальные длительные деформации одиночной сваи и предложена модификация ее цилиндрической геомеханической модели, которая верифицирована по данным натурных исследований. Приводится пример расчета численно-аналитической модели большемерного свайного поля на действие вертикальных и горизонтальных нагрузок.

Ключевые слова: большемерный свайный фундамент, история нагружения, длительные статические нагрузки, численные методы расчета

CALCULATION OF OVERSIZED PILE FOUNDATIONS ON LONG-TERM STATIC LOADS

L. V. Nuzhdin^{1,2}, V. S. Mikhaylov¹

¹Novosibirsk State University of Architecture and Civil Engineering, Novosibirsk, Russia,

²LLC «Research and design expert consulting enterprise «O&F», Novosibirsk, Russia

Annotation. The article discusses the need for a comprehensive calculation of pile foundations that takes into account the loading history, the first stage of which is long-term static loading. This is important for reliable assessment of foundations that are exposed to industrial and technological dynamics, loading from explosions, seismic effects, etc. When special calculations for dynamic loads are considered the main calculations. The article analyzes approaches to calculating oversized pile foundations that include more than 25 piles.

Based on a comparison of various spatial and contact models of pile foundations with flexible and rigid grillages, the two-parameter Pasternak-Mednikov-Shashkin contact model is recommended. The paper considers the vertical long-term deformations of a single pile and proposes a modification of its cylindrical geomechanical model, which is verified based on field research data. An example is given of calculating a numerical-analytical model of a oversized pile field under vertical and horizontal loads.

Keywords: oversized pile foundation, loading history, long-term static loads, numerical calculation methods

Учет истории предварительного длительного нагружения

Осадка фундаментов сооружений является нелинейным значением функции, в которую входит множество параметров, в том числе в линеаризованных общепринятых инженерных методах. На рис. 1 представлен пример нелинейной зависимости осадок фундамента на линейно-деформируемом основании в методе послойного суммирования.

В первом расчетном случае (рис. 1.1) при использовании постоянного коэффициента постели, определенного для полного итогового значения нагрузки на фундамент, осадка действительно является линейной функцией от величины нагрузки. Во втором случае (рис. 1.2) выполнено уточнение условия определения глубины сжимаемой толщи, которая в свою очередь зависит от величины промежуточной нагрузки на фундамент. Итоговая эксплуатационная нагрузка на фундамент соответствует приложению всех полезных загрузок на сооружение после ввода объекта в эксплуатацию. В этом случае значение коэффициента постели уменьшается от значения начальной повышенной жесткости основания при малой глубине сжимаемой толщи, до итогового значения, соответствующего первому расчетному случаю.

В третьем случае (рис. 1.3) рассмотрено поэтапное нагружение фундамента с учетом наследования напряженно-деформированного состояния от этапа к этапу с использованием расчетного режима «Монтаж» в расчетном комплексе SCAD Office. В этом расчетном случае каждая новая ступень нагружения учитывает характер жесткости основания на предыдущей стадии поэтапного монтажа конструкций и пошагово уменьшает жесткость основания по мере увеличения глубины сжимаемой толщи. Общая осадка сооружения при этом уменьшается на 18 %.

Поведение основания при генетически нелинейном нагружении является предметом исследований разработчиков расчетного комплекса SCAD Office [1], рассматривающих это явление как вопрос оценки энергии деформаций. Интегральная зависимость осадки от напряжений соответствует площади между кривой данной функции и осью ординат на рис. 2. Площадь нелинейной зависимости меньше площади треугольника для секущего модуля деформации при полном нагружении, что подтверждается соответствием данных геотехнического мониторинга и результатов расчета осадок многоэтажных зданий с использованием режима «Монтаж».

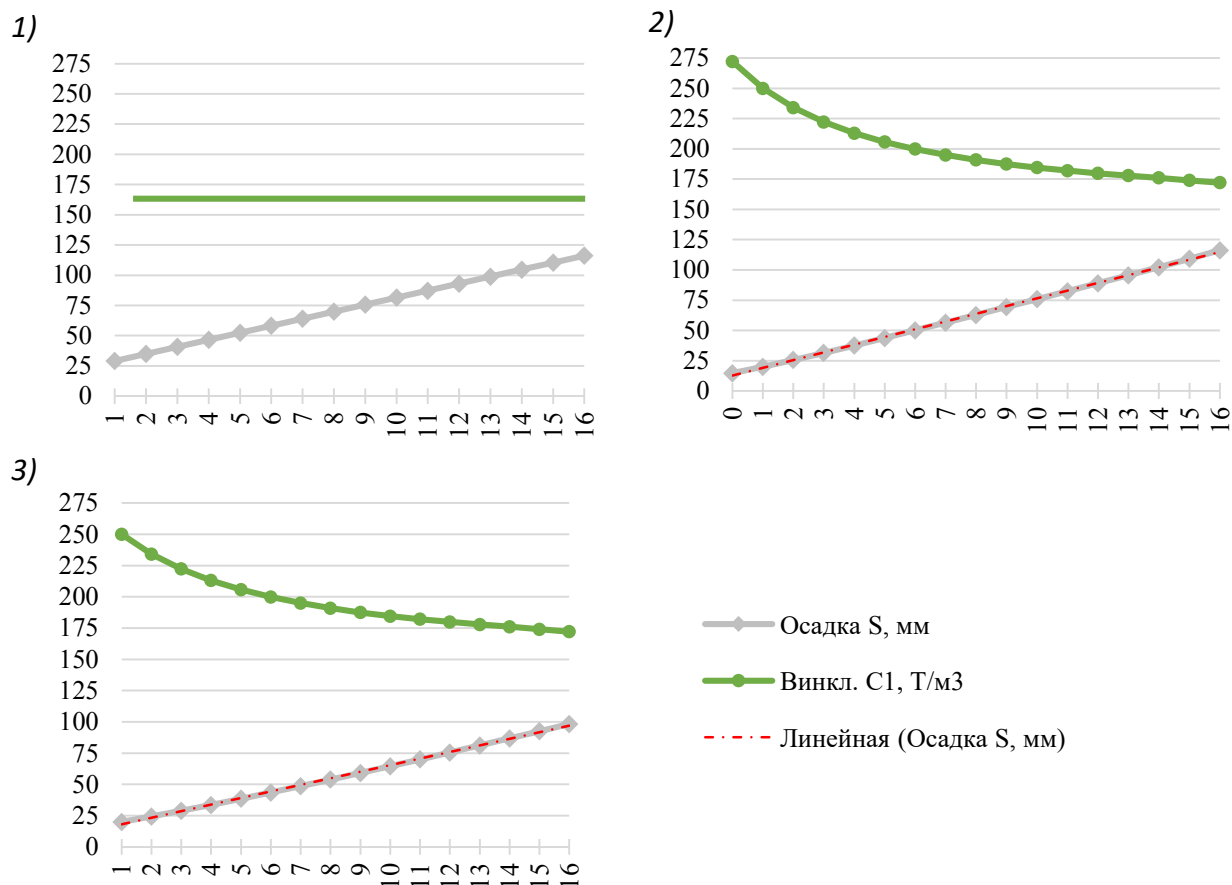


Рис. 1. Зависимость осадок фундамента от значения коэффициента постели основания и глубины сжимаемой толщи:

1 – линейная зависимость при едином значении для максимальной нагрузки на фундамент; 2 – нелинейная зависимость при переменном значении для поэтапного увеличения нагрузки на фундамент; 3 – то же, при поэтапном наследовании напряженно-деформированного состояния конструкций и основания

Вопрос наследования истории нагружения и изменения жесткости основания во времени может быть важен и в других случаях. Например, при развитии случайных кренов или непроектных неравномерных деформаций. В условиях динамических воздействий учет истории нагружения и наследования напряженно-деформированного состояния системы «фундамент-основание» является обязательным. В момент возникновения динамической нагрузки следует учитывать повышенную динамическую жесткость основания по сравнению с ранее сформированным модулем общей деформации грунтов в основании сооружения на этапе предварительного длительного нагружения.

В связи с этим авторами предложено рассматривать не менее двух стадий расчета сооружений совместно с грунтовым основанием с целью теоретического обоснования комплексного метода расчета: стадию предварительного длительного нагружения в условиях статических нагрузок [2–4] и стадию мгновенного динамического нагружения [3, 21–23].

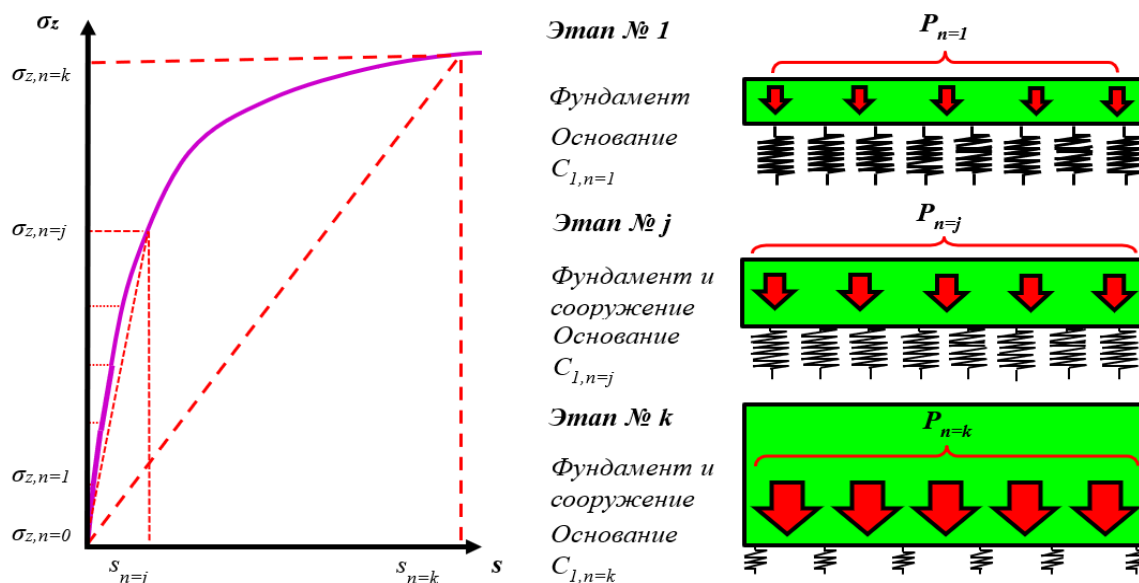


Рис. 2. Схема нелинейной зависимости жесткости и осадок основания при поэтапном нагружении на фундамент многоэтажного здания

Пространственные и контактные модели свайного основания

Результаты численного исследования деформаций условного фундамента при большеразмерном свайном поле на этапе длительных воздействий представлены на рис. 3.

Рассмотрены методы расчета линейно-деформируемого основания, реализованные в расчетном комплексе SCAD [5]. Классическая контактная модель Фусса-Винклера с одним постоянным коэффициентом постели слабо отражает характер распределения деформаций в основании большеразмерного свайного поля с гибким ростверком (рис. 3, *д, е*).

В контактной модели Федоровского-Безволева [6] с одним переменным по площади фундамента коэффициентом постели наблюдается незначительное изменение деформаций по площади фундамента (рис. 3, *ж, з*), однако характер распределения существенно отличается от эталонной пространственной модели упругого полупространства с ограниченной глубиной сжимаемой толщи (рис. 3, *а, б*).

Во всех случаях контактных моделей с одним постоянным или переменным коэффициентами постели при использовании расширенной законтурной области малой жесткости отсутствуют характерные деформации вокруг моделируемого фундамента, соответствующие осадочной мульде. Следовательно, данные модели не могут быть использованы для оценки влияния нового строительства на окружающую застройку.

Практически полное совпадение с результатами аналитического расчета максимальной осадки методом послойного суммирования и с эталонной моделью упругого полупространства с ограниченной глубиной сжимаемой толщи демонстрирует контактная модель с использованием двух коэффициентов постели согласно работам [7–9]. Кроме того, эта модель

позволяет выполнить оценку развития осадочной мульды (рис. 3, в, г) и влияния на фундаменты окружающей застройки наряду с эталонной моделью при использовании объемных конечных элементов или с аналитическим решением, путем интегрирования уравнения Буссинеска по площади условного фундамента. При этом модель Пастернака-Медникова-Шашкина не требует больших вычислительных мощностей или сложных численных алгоритмов как в эталонных решениях.

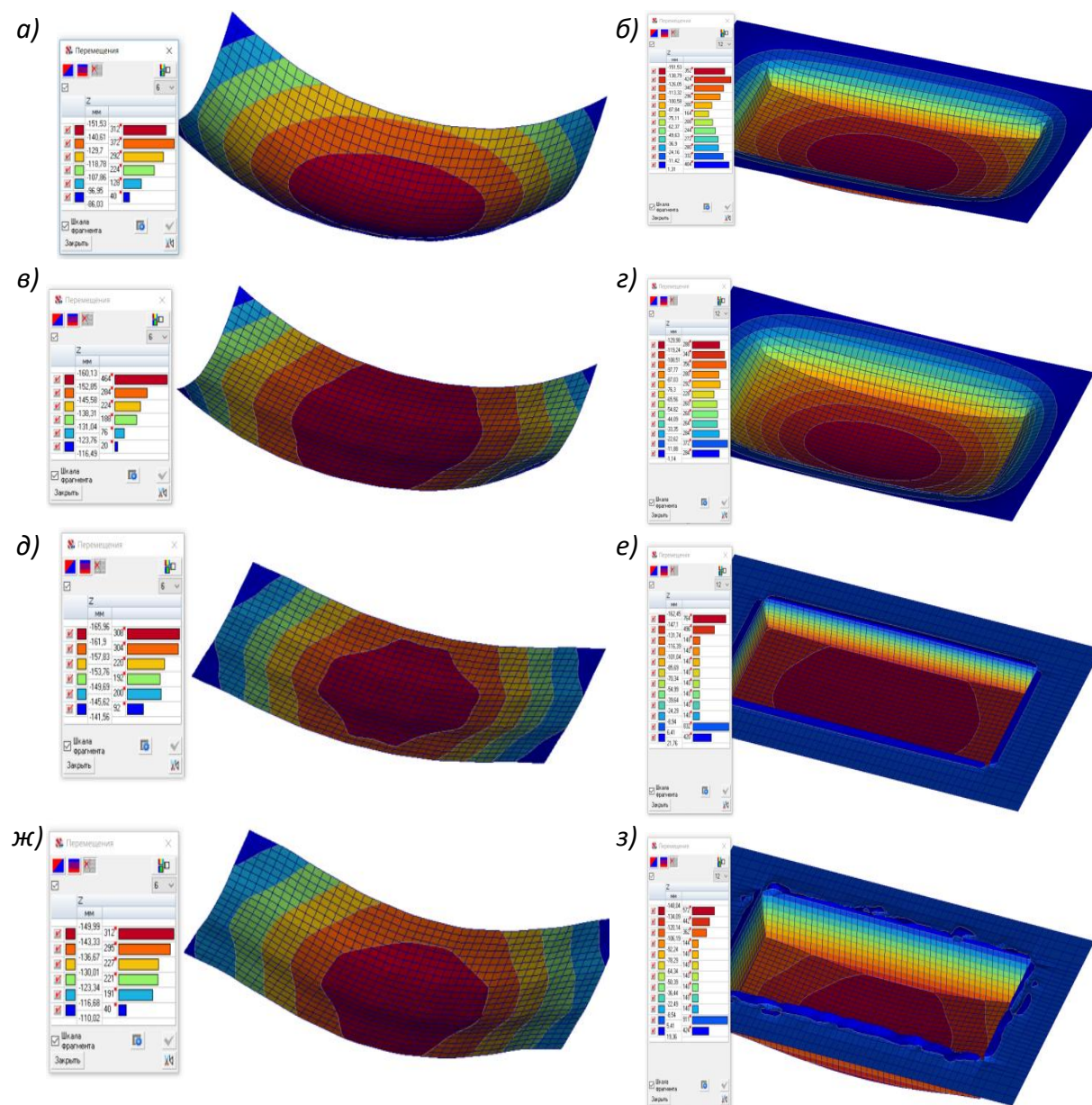
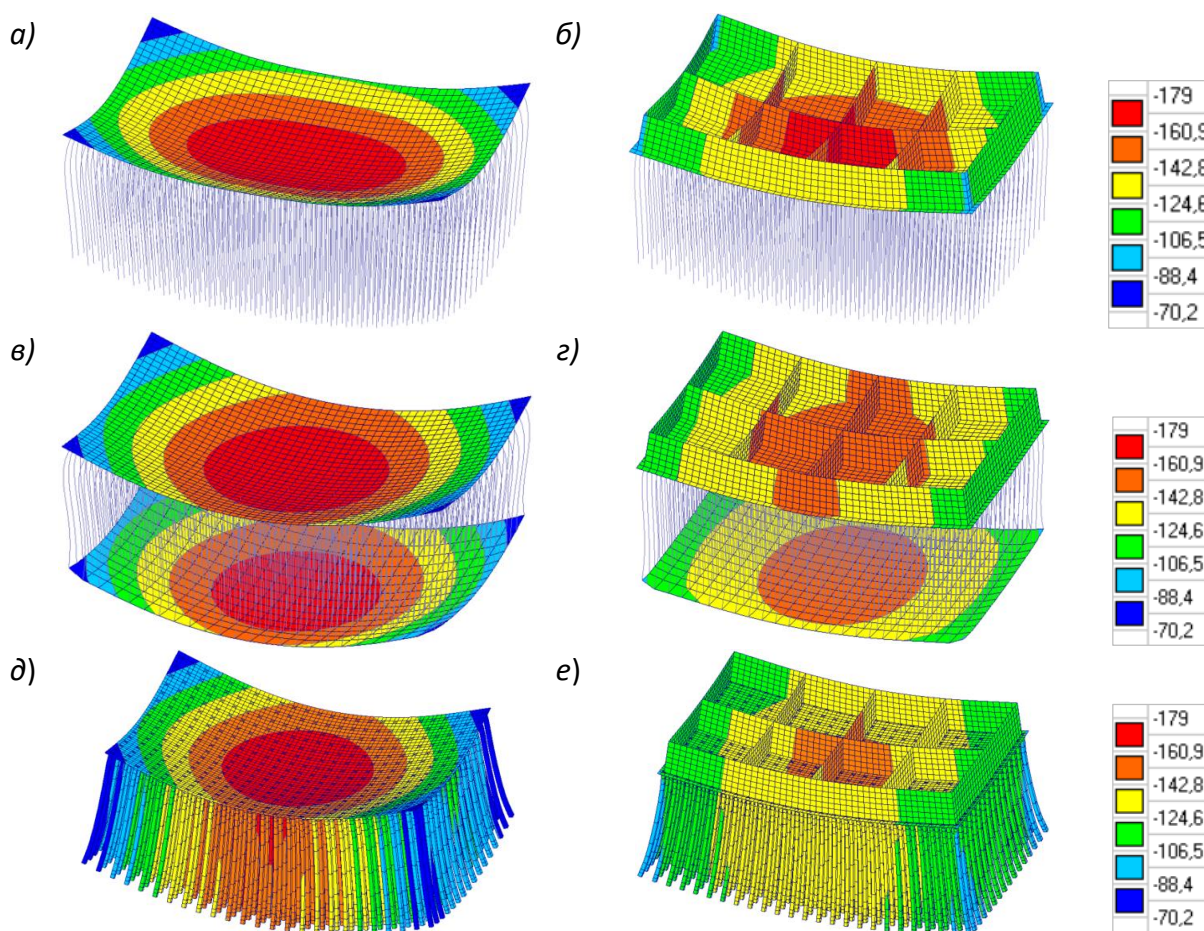


Рис. 3. Осадки условного фундамента большеразмерного свайного поля для моделей основания по периметру его площади (слева) и с законтурной областью малой жесткости (справа):

а, б – линейно-деформируемого основания с использованием объемных конечных элементов; в, г – контактная Пастернака-Медникова-Шашкина; д, е – контактная модель Фусса-Винклера; ж, з – контактная модель Федоровского-Безволева

Результаты численного исследования деформаций детальной модели фундамента большеразмерного свайного поля, учитывающей деформации отдельных свай на этапе длительных воздействий, показаны на рис. 4. После калибровки компрессионной зависимости «нагрузка-осадка» с использованием поправочных коэффициентов по результатам лабораторных испытаний и сопоставления с результатами штамповых испытаний или с аналитическим решением методом послойного суммирования, результаты расчета с использованием двухпараметрической контактной модели Пастернака-Медникова-Шашкина (рис. 4, в, г) соответствуют модели Федоровского (рис. 4, а, б) и пространственной модели линейно деформируемого полупространства с ограниченной глубиной сжимаемой толщи с использованием объемных конечных элементов (рис. 4, д, е).



**Рис. 4. Численное исследование вертикальных деформаций свай (мм)
в большеразмерном фундаменте:**

а, б – осадки гибкого (слева) и жесткого (справа) ростверка с использованием численной модели большеразмерного свайного поля Федоровского для вертикальной жесткости свай и модели Завриева для горизонтальной; в, г – тоже, контактная модель Пастернака-Медникова-Шашкина; д, е – тоже, модель линейно-деформируемого полупространства в вертикальном и горизонтальном направлении с использованием объемных КЭ

В качестве горизонтальной жесткости свайного основания рассмотрен классический подход с эквивалентной треугольной эпюрой коэффициентов пропорциональных деформаций на боковой поверхности свай по К. С. Завриеву [10] с учетом дополнительного горизонтального влияния свай в группе по результатам исследований [11, 12]. Схема к решению данной задачи представлена на рис. 5.

Горизонтальные деформации отдельных свай в пространственной модели основания не соответствуют результатам экспериментальных исследований поведения свай при горизонтальном нагружении. В связи с этим рекомендуется в случае наличия нескольких свайных фундаментов с различной глубиной заложения низа свай в зоне общей осадочной мульды использование пространственной модели основания. Для большеразмерного свайного поля с единой глубиной заложения низа свай модель Пастернака-Медникова-Шашкина является наиболее удобной и позволяет экономить вычислительные ресурсы.

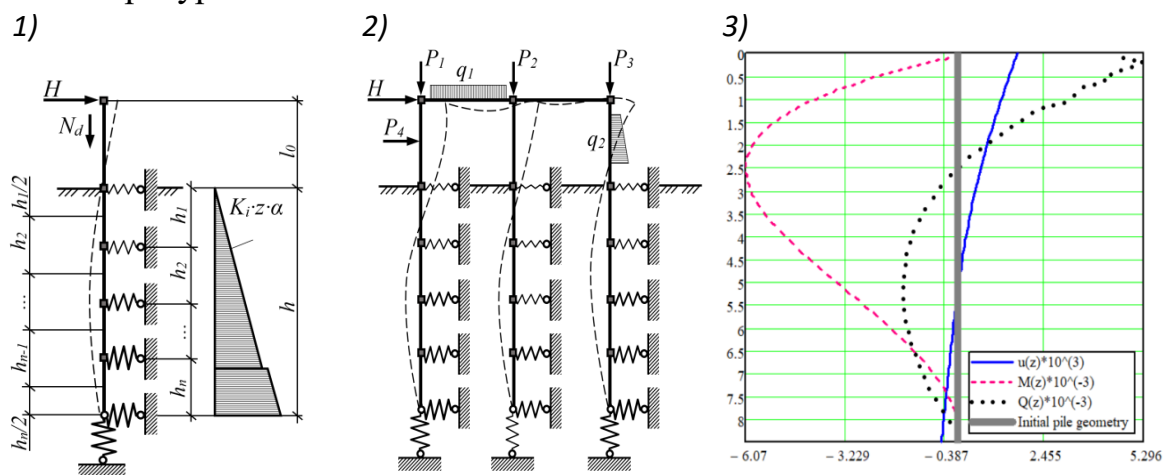


Рис. 5. Схема модели одиночной сваи и группы свай при горизонтальной нагрузке:

1 – одиночная свая; 2 – куст с гибким ростверком;
3 – деформации и усилия в модели Mathcad

В случае использования единой распределённой эквивалентной жесткости по нижним концам всех свай, соответствующей исходной расчетной схеме, представленной для экспертной оценки, наблюдается нерегулярная разность осадок и избыточные сдвиговые усилия в конструкциях ростверка (рис. 6, а). Результаты анализа осадок в уровне нижних концов свай большеразмерного свайного поля с использованием численной модели Федоровского (рис. 6, б) и двухпараметрической контактной модели Пастернака-Медникова-Шашкина (рис. 6, в, г). Для жилого здания в Нальчике эти осадки практически не отличаются и формируют равномерную осадочную воронку при деформациях основания под действием длительных нагрузок от большеразмерного свайного фундамента (рис. 7).

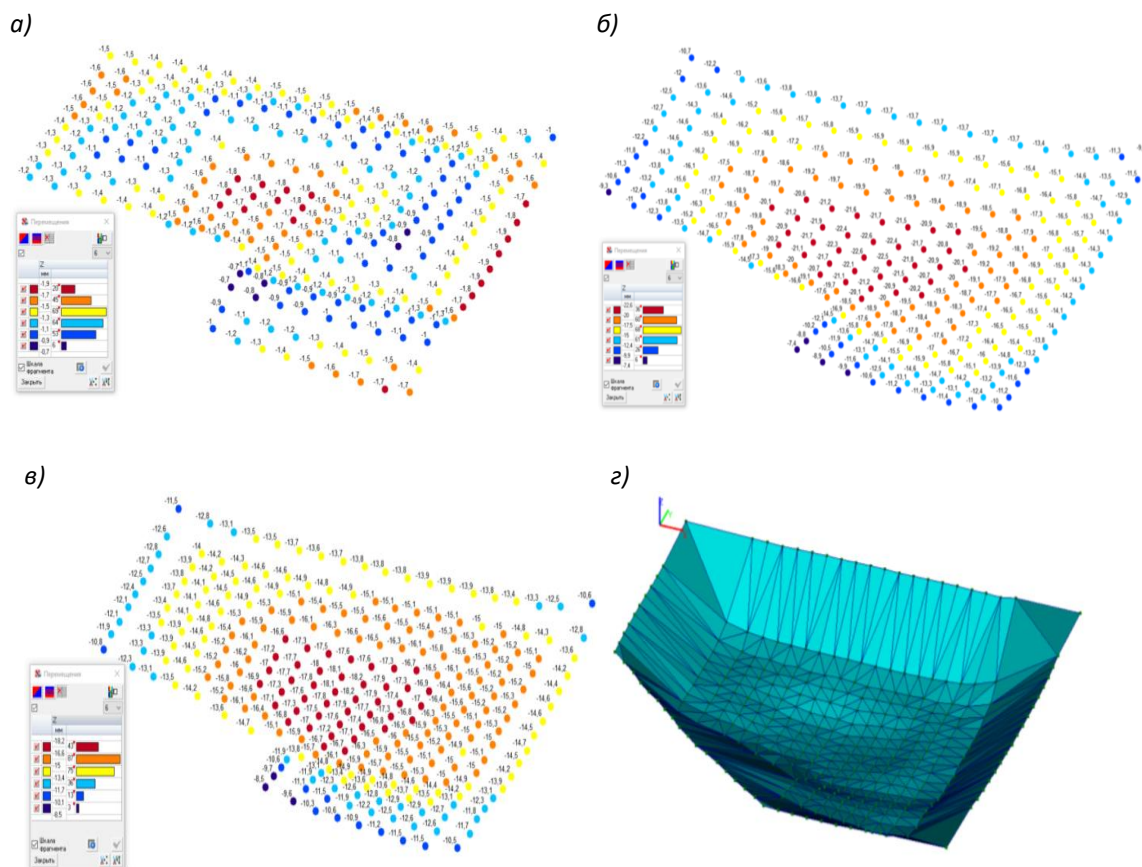
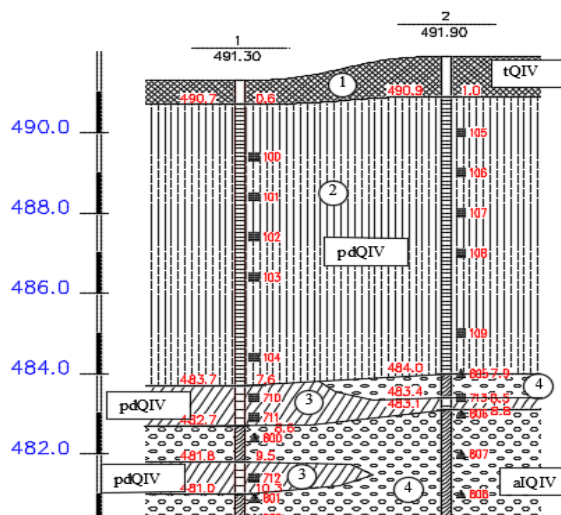


Рис. 6. Сопоставление характера вертикальных деформаций сооружения совместно с основанием:

- а* – без учета взаимного влияния свай для контактной модели Фусса-Винклера;
б – то же, с учетом взаимного влияния свай для численной модели Федоровского;
в – то же, с учетом взаимного влияния свай для контактной модели Пастернака-Медникова-Шашкина; *г* – то же, общий вид деформаций в уровне условного фундамента по низу свай

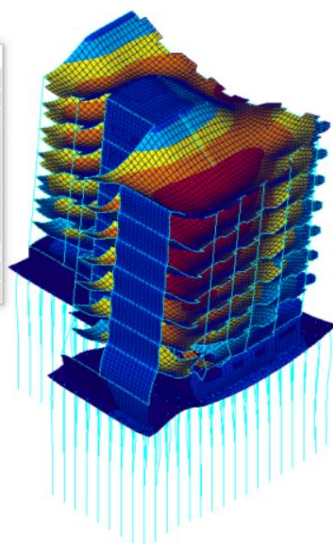
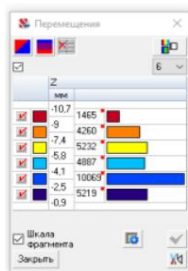
На основании выполненных численных исследований для анализа первой стадии предварительного нагружения свайного поля рекомендована двухпараметрическая контактная модель Пастернака-Медникова-Шашкина с выполнением калибровки деформаций по результатам сопоставления лабораторных компрессионных и полевых штамповых испытаний, или аналитического решения методом послойного суммирования. С целью комплексного учета деформаций свай в составе большеразмерных фундаментов можно рекомендовать скорректировать эту контактную модель возможностью дополнительного продавливания основания под пятой одиночной сваи согласно исследований МГСУ и НИИОСП им. Н. М. Герсеева.

1)



№ ИГЭ	Наименование грунта	E0	ν	Нслоя
ИГЭ-2	Сугл. легк. пылеват., полутв., слабopсад.	546	0,35	5
ИГЭ-3	Сугл. тяж. песч., тугопласт., непросад.	1692	0,37	1,5
ИГЭ-4	Галечн. гр. с сугл. заполн. с вкл. валунов до 20%	4250	0,27	8,5
ИГЭ-4	Галечн. гр. с сугл. заполн. с вкл. валунов до 20%	4250	0,27	0

2)



3)

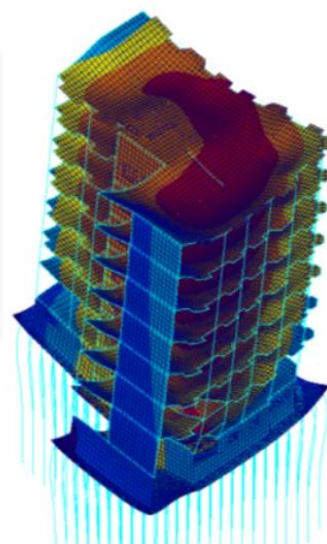


Рис. 7. Пример расчета большеразмерного свайного фундамента с учетом вертикального взаимного влияния свай в группе в SCAD и SMATH Studio:
 1 – инженерно-геологический разрез; 2 – осадки здания при расчете фундамента на сваях-стойках; 3 – осадки здания с большой группой свай в модели Федоровского

Вертикальные длительные деформации одиночной сваи

Аналитическая сдвиговая двухслойная цилиндрическая модель для анализа осадки одиночной вертикально нагруженной сваи (рис. 8, а) или группы до 25 свай была введена в СП 24.13330.2011. Двухслойная концепция была впервые предложена в 1953 году Г.С. Тер-Ованесовым, в которой общая осадка сваи S разделялась на осадку основания по ее боковой поверхности S_r (рис. 8, б) и на равную ей осадку подстилающего грунта S_0 от продавливания пятой сваи (рис. 8, в).

На основе этого подхода было разработано несколько аналитических моделей, основанных на решении Миндлина для упругого полупространства, позволяющих учитывать пластические и реологические свойства грунтов [13, 14].

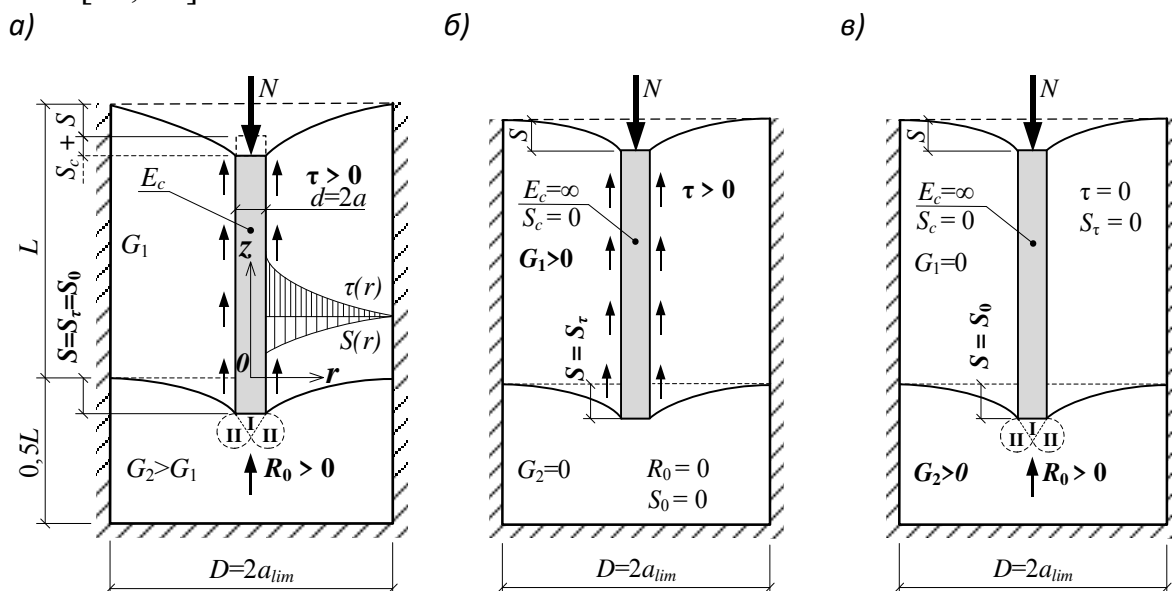


Рис. 8. Схема двухслойной цилиндрической модели сваи:

а – напряженно-деформированное состояние околосвайного грунта; б – несжимаемая висячая свая при отсутствии отпора под пятой; в – несжимаемая свая-стойка

С целью упрощения аналитической методики расчета и привязки параметров к физическим процессам при вертикальном нагружении одиночной сваи авторами предложено использовать предельный радиус взаимного влияния соседних свай на осадку рассматриваемой сваи a_{lim} . Этот параметр является радиусом цилиндрической геомеханической модели, по высоте равной длине сваи L с подстилающим слоем $0,5L$ (рис. 8, а).

При решении задачи методом конечных элементов естественным образом учитывается возможность продольных деформаций в теле сваи. После исключения осадок за счет деформации тела сваи и введения радиуса влияния упрощается аналитическая модель осадки рассматриваемой одиночной сваи и модель осадки сваи в составе группы свай на двухслойном основании от вертикальной нагрузки на сваю N .

Также предлагается дальнейшее развитие цилиндрической геомеханической модели одиночной сваи путем замены аналитического описания для области сдвиговых линейных деформаций по длине сваи на численное решение методом конечных элементов для многослойного осесимметричного объемного тела. Численный алгоритм осесимметричной модели в Mathcad верифицирован с пространственной моделью из объемных конечных элементов и с осесимметричной моделью в SCAD. В рамках линейного решения задачи максимальная погрешность не превышает 1,5 % для вычисления осадок, 0,7 % для реакций и 0,4 % для напряжений вблизи тела сваи.

Анализ нелинейного поведения осесимметричной модели сваи при вертикальном нагружении выполнен на основании натурального эксперимента [15]. На рис. 9, а показана условная расчетная схема испытанной стальной сваи диаметром 150 мм, длиной 5 м, погруженной в глинистые грунты. На рис. 9, б представлена расчетная модель в программе ALTErra с эквивалентным разбиением на конечные элементы и результаты анализа вертикальных деформаций на последней ступени нагружения.

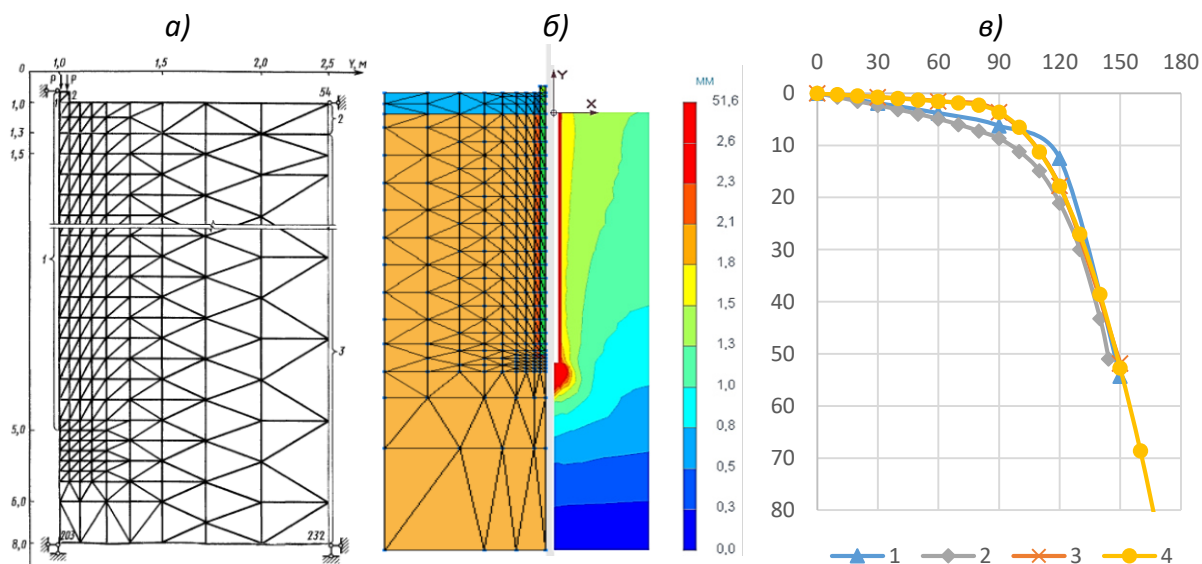


Рис. 9. Верификация модели по данным натурального эксперимента И. В. Носкова:
 а – расчетная схема; б – расчетная модель и деформации на последней ступени нагружения; в – результаты анализа по данным натурального эксперимента (1), численного моделирования с использованием нелинейной модели Фадеева (2), тоже – Мора-Кулона с такими же шагами нагружения (3), а также с уменьшенным интервалом шагов и дополнительными ступенями (4)

Как видно из анализа графиков «нагрузка-осадка» на рис. 9, в результаты натурных испытаний сваи хорошо согласуются как с исходными результатами численного моделирования в нелинейной модели А. Б. Фадеева [16], так и с результатами решения упругопластической модели Мора-Кулона.

Приведенный пример демонстрирует возможность дополнения натурных испытаний результатами численного моделирования. Такой подход имеет ряд достоинств. Когда предпоследняя ступень нагружения при испытаниях оказывается существенно ниже предельной осадки сваи, а последняя ступень ее незначительно превышает, численное моделирование позволяет вместо использования предпоследней ступени для определения несущей способности сваи вычислить более точное значение нагрузки по результатам калибровки нелинейной модели, при которой свая достигает предельной осадки. Пример увеличения количества шагов относительно эксперимента и продолжения увеличения нагрузки показан на рис. 9.3 (кривая 4).

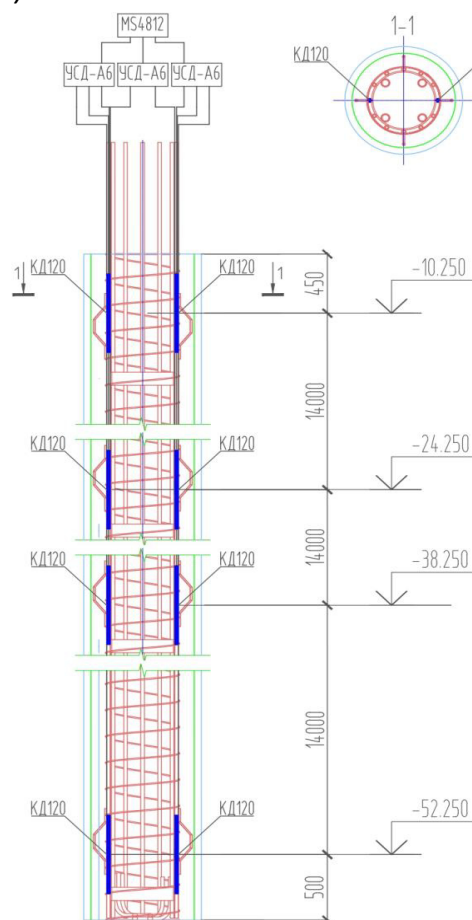
Численное имитационное моделирование помимо осадки также дает возможность определить дополнительные параметры: вертикальные и радиальные напряжения в свае, абсолютные и относительные деформации.

Практический пример апробации авторами осесимметричной модели сваи был выполнен при испытаниях глубоких буровых свай длиной 43 м в Барнауле (рис. 10, 11). Экспериментальные исследования подтвердили эффективность выбранного осесимметричного решения для учета осевых деформаций одиночной сваи в составе фундамента.

1)



2)



3)



Рис. 10. Статические испытания свай длиной 43 м:

1 – общий вид нагрузочной системы с пригрузом 168 тс; 2 – схема монтажа закладных композитных датчиков деформации КД-120; 3 – нагрузочная система из пяти гидравлических домкратов и шкаф с тензометрическим оборудованием, закладной датчик деформаций КД-120, цифровой регистратор MS4812 и тензометрическая плата аналого-цифрового преобразователя УСД-А6

Численная модель свайного поля в условиях статических воздействий

Ниже приведен пример расчета численно-аналитической модели большого свайного поля на действие вертикальных и горизонтальных нагрузок, который детально был рассмотрен в прошлых публикациях авторов [например, 17].

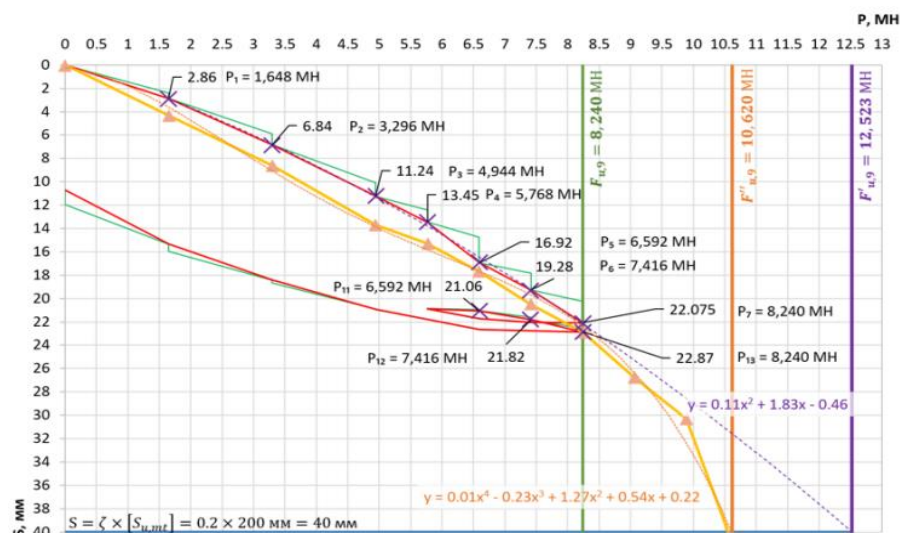


Рис. 11. Осадки и несущая способность свай по результатам теоретических (фиолетовая кривая), натуральных (красная кривая) и численных (желтая кривая) исследований

Аналитическая методика по расчету большеразмерных свайных кустов с жестким плитным ростверком [12] удобна для математической реализации в расчетных комплексах, основанных на численном методе конечных элементов.

При этом горизонтальная жесткость свай (рис. 12, а) принимается по эмпирической зависимости [18].

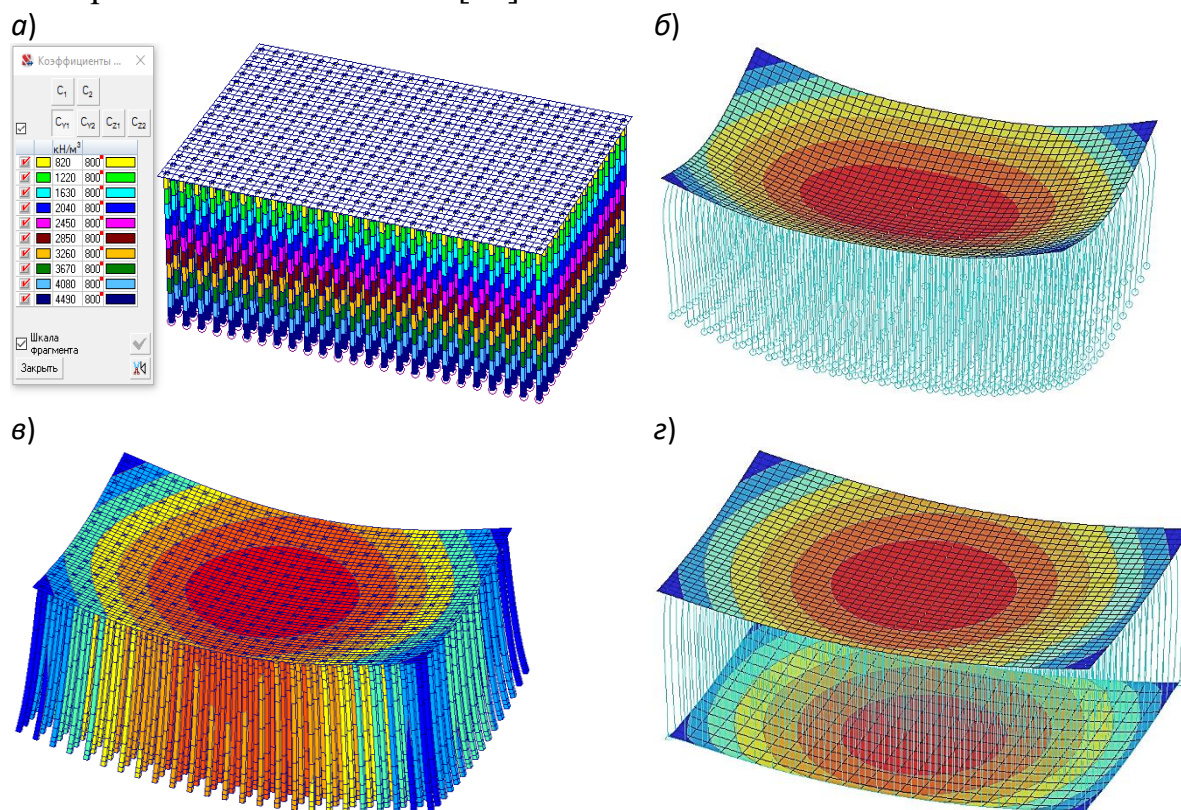


Рис. 12. Пример модели свайного поля с гибким плитным ростверком в SCAD

В отличие от расчета одиночной сваи, для группы свай или для свайного поля необходим итерационный расчет с уточнением вертикальной жесткости по нижним концам свай или с уточнением дополнительных усилий ΔN_h . Оба подхода позволяют отразить деформации упругой модели основания в виде общей осадочной мульды с учетом взаимного влияния соседних свай.

В результате расчета определяются осадки куста или свайного поля с одноузловыми связями конечной жесткости и дополнительными нагрузками ΔN_h , формирующими общую осадочную воронку группы свай (рис. 12, б). Можно отметить, что при отображении деформаций и изгибающих моментов в сваях от длительных статических нагрузок на фундамент прослеживается эффект краевой сваи.

Данный расчет может быть реализован единым алгоритмом для фундаментов в виде одиночной сваи, группы свай или свайного поля с эквивалентными жесткостями на различных стадиях нагружения фундамента.

Начальным этапом расчета является назначение коэффициентов постели по боковой поверхности свай [12, 19, 20] для задания их горизонтальной жесткости, увеличивающейся по глубине по мере возрастания степени обжатия свай грунтом. Вместе с этим определяется понижающий коэффициент учета снижения горизонтальной жесткости свай в составе куста по сравнению с одиночной сваей [12].

На втором этапе выполнения численного расчета в SCAD производится назначение начальных граничных условий по вертикали без учета взаимного влияния свай в группе. Модуль сдвига слоев грунта G_1 , прорезаемых сваей, вычисляется с использованием осредненных значений модуля деформации E_1 и коэффициента Пуассона ν_1 . Для слоев грунта под нижними концами свай модуль сдвига грунта G_2 также определяется через осредненные значения модуля деформации E_2 и коэффициента Пуассона ν_2 в пределах глубины от нижних торцов свай, равной половине длины сваи $0,5L$ или $10d$ приведенным диаметрам.

Следует отметить, что имеет место значительное превышение начального значения вертикальной жесткости свай k_z по сравнению со значениями коэффициентов постели C_1 в методе условного фундамента. Это объясняется тем, что конечная жесткость свай будет снижаться в результате итерационного уточнения в процессе расчета взаимного влияния свай в кусте при совместных деформациях по вертикали с образованием общей осадочной мульды.

Алгоритм для учета взаимного влияния свай в кусте, применяется на заключительном этапе расчета. Задача решается с использованием средств линейного программирования. Для этого формируется общая матрица взаимного расположения свай в кусте в виде расстояний между сваями и на

основании матрицы коэффициентов взаимного влияния свай вычисляется матрица дополнительных усилий ΔN_h для моделирования совместной осадки свай в группе либо матрица понижающих коэффициентов к исходной жесткости одиночных свай.

Список источников

1. Перельмутер, А. В. Анализ конструкций с изменяющейся расчетной схемой / А. В. Перельмутер, О. В. Кабанцев. – М.: Изд-во АСВ, 2015. – 146 с.
2. Nuzhdin, L. V., Mikhailov, V. S. Genetically nonlinear combined model of pile field under dynamic impacts // Journal of physics: Conference series. Proceedings of the DFGC 2021. – Perm, 2021. – P. 012013. DOI: 10.1088/1742-6596/1928/1/012013.
3. Нуждин, Л. В. Численный расчет свайного поля с учетом истории нагружения. Часть 1, 2 / Л. В. Нуждин, В. С. Михайлов // Материалы международной научно-технической конференции «Механика грунтов в геотехнике и фундаментостроении». – Новочеркасск: ЮРГПУ, 2022. – С. 28-54.
4. Нуждин, Л. В. Численный расчет свайного поля с учетом длительных воздействий / Л. В. Нуждин, В. С. Михайлов // Construction and Geotechnics. – 2023. – № 1. – С. 74-87.
5. Нуждин, Л. В. Численное моделирование свайных фундаментов в расчетно-аналитическом комплексе SCAD Office / Л. В. Нуждин, В. С. Михайлов // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Строительство и архитектура. – 2018. – Т. 9. № 1. – С. 5-18. DOI: 10.15593/2224-9826/2018.1.01.
6. Федоровский, В. Г. Прогноз осадок фундаментов мелкого заложения и выбор модели основания для расчета плит / В. Г. Федоровский, С. Г. Безволев // Основания, фундаменты и механика грунтов. – 2000. – № 4. – С. 10-18.
7. Пастернак, П. Л. Основы нового метода расчета фундаментов на упругом основании при помощи двух коэффициентов постели / П. Л. Пастернак. – М.-Л.: Гос. изд. лит. по строительству и архитектуре. – 1954. – 56 с.
8. Медников, И. А. Коэффициенты постели линейно деформируемого многослойного основания / И. А. Медников // Основания фундаменты и механика грунтов. – 1967. – № 4.
9. Шашкин, К. Г. Использование упрощенных моделей основания для решения задач совместного расчета основания и конструкций сооружений / К. Г. Шашкин // Реконструкция городов и геотехническое строительство. – 1999. – № 1.
10. Завриев, К. С. К расчету свай и свай-оболочек на горизонтальные и моментные нагрузки / К. С. Завриев // Основания, фундаменты и механика грунтов. – 1974. – № 12. – С. 10-11.
11. Федоровский, В. Г. Метод расчета свайных полей и других вертикально армированных грунтовых массивов / В. Г. Федоровский, С. Г. Безволев // Основания, фундаменты и механика грунтов. – 1994. – № 4. – С. 11-15.
12. Сваи в гидротехническом строительстве / В. Г. Федоровский, С. Н. Левачев, С. В. Курилло, Ю. М. Колесников. – М.: Изд-во АСВ, 2003. – 240 с.
13. Тер-Мартirosян, А. З. Взаимодействие фундаментов зданий и сооружений с водонасыщенным основанием при учете нелинейных и реологических свойств грунтов: дисс. ... докт. тех. наук / А. З. Тер-Мартirosян. – М., 2016. – 324 с.
14. Тер-Мартirosян, З. Г. Механика грунтов в высотном строительстве с развитой подземной частью / З. Г. Тер-Мартirosян, А. З. Тер-Мартirosян. – М.: Изд-во АСВ, 2020. – 946 с.

15. Носков, И. В. Особенности взаимодействия свайных фундаментов с деформированным при подработке основанием: дисс. ... канд. тех. наук / И. В. Носков. – Ленинград, 1984. – 158 с.
16. Фадеев, А. Б. Метод конечных элементов в геомеханике / А. Б. Фадеев. – М.: Недра, 1987. – 224 с.
17. Нуждин, Л. В. Методы построения моделей и расчета системы «свайный фундамент – грунтовое основание» в SCAD Office и SMath Studio / Л. В. Нуждин, В. С. Михайлов // Изв. вузов. Строительство. – 2020. – № 5. – С. 42-52.
18. Завриев, К. С. Расчеты фундаментов мостовых опор глубокого заложения / К. С. Завриев, Г. С. Шпиро. – М.: Транспорт, 1970. – 215 с.
19. Шапиро, Д. М. Теория и расчётные модели оснований и объектов геотехники / Д. М. Шапиро. – М.: Изд-во АСВ, 2016. – 180 с.
20. Едигаров, Г. Э. Опыт применения SCAD OFFICE в расчете промежуточной опоры моста с учетом взаимного влияния свай в кусте / Г. Э. Едигаров // CADMASTER, – № 3. – С. 88-97.
21. Nuzhdin, L. V., Mikhailov, V. S. Genetically nonlinear combined model of pile field under dynamic impacts // Journal of physics: Conference series. Proceedings of the DFGC 2021. – Perm, 2021. – P. 012013. DOI: 10.1088/1742-6596/1928/1/012013.
22. Нуждин, Л. В. Численный расчет свайного поля с учетом динамических воздействий / Л. В. Нуждин, В. С. Михайлов // Construction and Geotechnics. – 2023. – № 2. – С. 25-42.
23. Нуждин, Л. В. Метод учета резонансных эффектов при прогнозе колебаний большеразмерных свайных фундаментов / Л. В. Нуждин, В. С. Михайлов // Изв. вузов. Строительство. – 2025. – № 5. – С. 82-95.

© Нуждин Л. В., Михайлов В. С., 2026